Modele odpowiedzi do arkusza próbnej matury z OPERONEM

Matematyka
Poziom rozszerzony

Grudzień 2007

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
1.	Wyznaczenie ilorazu ciągu (a_n): $q = 2$.	1
	Wyznaczenie wzoru ogólnego ciągu: $a_n = 6 \cdot 2^{n-1}$.	1
	Obliczenie drugiego i piątego wyrazu ciągu: $a_2 = 12, a_5 = 96$.	1
	Ułożenie równania wynikającego z treści zadania: $\frac{12 + 1 + 3x + 2}{2} = \frac{96}{4}$.	1
	Rozwiązanie równania: $x = 11$.	1
2.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnie opisanych oznaczeń: α, β, γ – kąty odpowiednio przy wierzchołkach A, B, C, $\lvert AC \rvert = 10$, $\lvert BC \rvert = 10\sqrt{2}$, $R = 10$.	1
	Obliczenie sinusów kątów (np. z twierdzenia sinusów): $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin\beta = \frac{1}{2}$.	1
	Wyznaczenie kątów trójkąta: $\alpha = 45°, \beta = 30°$.	1
	Wyznaczenie szukanego kąta trójkąta: $\gamma = 105°$.	1
3.	Przekształcenie wzoru funkcji do postaci: $f(x) = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{(x+2)(x-1)}$.	1
	Zapisanie wzoru funkcji w postaci: $f(x) = x + 1 \wedge x \in R \setminus \{-2, 1\}$.	1
	Narysowanie wykresu funkcji f: prosta o równaniu $y = x + 1$ bez punktów $(-2, -1), (1, 2)$.	1
	Wyznaczenie wzoru funkcji g: $g(x) = \begin{cases} 0 \text{ dla } x \in \langle -1, +\infty) \setminus \{1\} \\ 2x + 2 \text{ dla } x \in (-\infty, -1) \setminus \{-2\} \end{cases}$.	1
	Narysowanie wykresu funkcji g.	1
	Podanie zbioru wartości funkcji g: $D^{-1} = (-\infty, 0\rangle \setminus \{-2\}$.	1
4.	Obliczenie współczynnika b: $b = -16$.	1
	Obliczenie współczynnika c: $c = 24$.	1
	Przekształcenie wyrażenia $x_1^2 + x_2^2$ do postaci umożliwiającej zastosowanie wzorów Viète'a: $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$.	1
	Obliczenie wartości wyrażenia $x_1^2 + x_2^2$: $x_1^2 + x_2^2 = 40$.	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
5.	Zapisanie długości kolejnych boków czworokąta za pomocą wyrazów ciągu arytmetycznego: $a, a+r, a+2r, a+3r$.	1
	Wykorzystanie twierdzenia o czworokącie opisanym na okręgu do zapisania równania: $a+a+2r=a+r+a+3r$.	1
	Rozwiązanie równania i zapisanie wniosku: $r=0$, więc boki mają równe długości, czyli czworokąt jest rombem.	1
6.	Przekształcenie równania do postaci: $x(a+7)=a^2-49$.	1
	Zapisanie warunków, które muszą być spełnione, aby równanie miało nieskończenie wiele rozwiązań: $a+7=0 \wedge a^2-49=0$.	1
	Rozwiązanie równania: $a^2-49=0$: $a=-7 \vee a=7$.	1
	Rozwiązanie równania $a+7=0$ i wyznaczenie wartości parametru a, dla którego równanie ma nieskończenie wiele rozwiązań: $a=-7$.	1
7.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnie opisanych oznaczeń, np: $ABCD$ – dany trapez, $\|AB\|=a, \|CD\|=b, K, L$ – środki przekątnych odpowiednio AC, BD, M, N – punkty przecięcia prostej KL odpowiednio z ramionami AD, BC.	1
	Wyznaczenie długości odcinka KN: $\|KN\|=\frac{a}{2}$.	1
	Wyznaczenie długości odcinka LN: $\|LN\|=\frac{b}{2}$.	1
	Wyznaczenie długości odcinka KL: $\|KL\|=\frac{a-b}{2}$.	1
8.	Obliczenie odległości d środka okręgu S od prostej $y=-\frac{3}{4}x+2$: $d=2$.	1
	Zapisanie warunku styczności prostej i okręgu i podanie długości promienia okręgu r: $d=r, \ \ r=2$.	1
	Zapisanie równania okręgu: $(x-10)^2+(y+3)^2=4$.	1
9.	Podanie dziedziny równania: $D=\langle \pi, 2\pi\rangle \setminus \left\{\frac{3}{2}\pi\right\}$.	1
	Przekształcenie równania trygonometrycznego do postaci: $\operatorname{tg} x \cos x(2\sin x+1)=0$.	1
	Zapisanie alternatywy równań: $\operatorname{tg} x=0 \vee \cos x=0 \vee 2\sin x+1=0$.	1
	Rozwiązanie w wyznaczonej dziedzinie równania $\operatorname{tg} x=0$: $x\in\{\pi, 2\pi\}$ i równania $\cos x=0$: $x\in\varnothing$.	1
	Rozwiązanie w wyznaczonej dziedzinie równania $2\sin x+1=0$: $x\in\left\{\frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi\right\}$.	1
	Zapisanie zbioru rozwiązań równania $\operatorname{tg} x(2\sin x\cos x+\cos x)=0$: $x\in\left\{\pi, \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi, 2\pi\right\}$.	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
10.	Wyznaczenie mocy zbioru Ω: $\overline{\overline{\Omega}} = \binom{2n+1}{2}$.	1
	Wyznaczenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A – wylosowanie liczby parzystej i nieparzystej: $\overline{\overline{A}} = \binom{n+1}{1}\binom{n}{1}$.	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia A: $P(A) = \frac{n+1}{2n+1}$.	1
	Zapisanie nierówności: $\frac{n+1}{2n+1} > \frac{7}{13}$.	1
	Rozwiązanie nierówności w N^+: $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.	1
11.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami i zaznaczenie na nim odpowiedniego kąta dwuściennego (podstawa ostrosłupa – $ABCD$, kąt dwuścienny – BED).	1
	Obliczenie długości krawędzi bocznej: $b = a\sqrt{5}$.	1
	Obliczenie długości h: $h = \frac{4a\sqrt{5}}{5}$.	1
	Wyznaczenie długości przekątnej podstawy: $\lvert DB \rvert = 2a\sqrt{2}$.	1
	Zastosowanie twierdzenia cosinusów dla trójkąta DBE: $\left(\frac{4a\sqrt{5}}{5}\right)^2 + \left(\frac{4a\sqrt{5}}{5}\right)^2 - 2\left(\frac{4a\sqrt{5}}{5}\right)\left(\frac{4a\sqrt{5}}{5}\right)\cos\alpha = \left(2a\sqrt{2}\right)^2$.	1
	Obliczenie szukanego cosinusa: $\cos\alpha = -\frac{1}{4}$.	1